GIANFRANCO BASTI

Logica I:
Logica Classica e Simbolica

Appunti per le Lezioni di Logica Simbolica
Ad uso degli Studenti
www.pul.it
www.stoqnet.org

Roma, 2006/7

1. Premessa

1.1.Testi

- Testi fondamentali:
  - G. BASTI, *Filosofia della Natura e della Scienza. Vol. I: I fondamenti,* Edizioni PUL, Roma 2002.
  - J.M. BOCHENSKI, *Nove lezioni di logica simbolica,* ESD, Bologna, 1994.
  - G. BASTI, *Filosofia dell'uomo*, ESD, Bologna 1995 (Ristampa 2003).
  - M. MALATESTA, *La logica primaria,* LER, Napoli, 1988
- Testi di riferimento:
  - WALLACE W. A, *Modeling of Nature. Philosophy of science and philosophy of nature in synthesis,* Catholic University of America Press, Washington D.C., 1996.
  - A. STRUMIA, *Introduzione alla filosofia della scienza*, ESD, Bologna, 1992.
  - I. M. COPI & C. COHEN, *Introduzione alla logica,* Il Mulino, Bologna, 1999.

- A. CHURCH, *Introduction to the mathematical logic*, Princeton UP, Princeton NJ, 1996;
- J. BOCHENSKI, *La logica formale,* voll. I-II, Einaudi, Torino, 1972[3] (traduzione nelle varie lingue);
- C. CELLUCCI, *Le ragioni della logica,* Laterza, Roma–Bari, 2000[2].

1.2. Schema del corso

♦ Si divide in quattro parti:

1. Questioni introduttorie sulla natura e sulla partizione della logica.
2. Introduzione alla **logica delle proposizioni, dei predicati, delle classi.**
3. Filosofia della natura e della scienza: **I fondamenti** (parte istituzionale)
4. Filosofia della natura e della scienza: **Scienze biologiche e cognitive** (parte monografica).

Parte Prima:

Questioni introduttorie sulla natura e sulla partizione della logica

2. Filosofia del linguaggio: semiotica e logica

2.1.Segni naturali e segni artificiali

- **Logica:** scienza delle leggi e delle forme del pensiero oggettivato in un linguaggio
- **Semiotica (o semiologia): «**scienza che studia cose, o proprietà di cose che fungono da segni» (*science studying things or thing properties acting as signs*) [Morris].
- **Segno:** qualcosa che sta per qualcos'altro (*something being for something else*)
  - Segni naturali **(o indici)**: **parti o effetti di oggetti (p.es. coda → gatto; fumo → fuoco)**
  - Segni artificiali: **definiti per mezzo di convenzioni di coloro che comunicano attraverso tali segni**
    - o Segni artificiali non-articolati (***not articulated***): **segni il cui significato non dipende dalle relazioni con un sistena di segni simili (p.es., bandiere, gesti, etc.)**
    - o Segni artificiali articolati (***articulated***): **segni il cui significato dipende dalle relazioni con un sistema di segni simili → varie forme di**

linguaggio (p.es., linguaggio vocale, scritto, dei gesti, dei fiori, delle bandiere, etc.).

Segni articolati non dotati di senso (***not-meaningful***): **segni non appartenenti in maniera coerente al sistema di quel linguaggio (p.es., *cat* in italiano o *gatto* in inglese)**

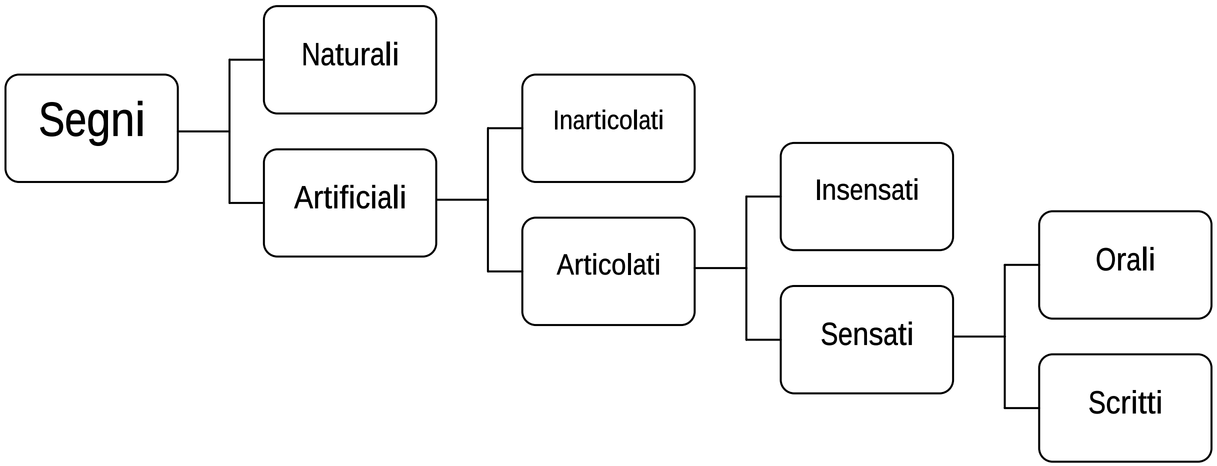
Segni articolati dotati di senso (***meaningful***): **segni appartenenti in maniera coerente al sistema di quel linguaggio (p.es., *cat* in inglese o *gatto* in italiano)**

→ Linguaggi orali

→ Linguaggi scritti

- Tutti animali sono dotati di qualche forma di **comunicazione** (p.es., chimica, gestuale o anche orale) e **linguaggio naturale**, solo uomo capace di **metalinguaggio** (proprio come di autocoscienza e non solo di coscienza) → capace di conoscere (→ di definire e cambiare) le regole dei propri sistemi linguistici → capace di costruire **linguaggi convenzionali (artificiali)** → capace di **logica**.

SCHEMA RIASSUNTIVO



2.2.Linguaggio e metalinguaggio

- Generalmente il linguaggio ha per **referenti** oggetti extralinguistici
- Ma un certo linguaggio può avere per referente un **altro linguaggio**
- Pes., posso scrivere in **italiano** una grammatica della lingua **inglese**
- In tal caso, italiano = **metalinguaggio;** inglese = **linguaggio-oggetto**
- Normalmente, **linguaggio ordinario** = metalinguaggio dei linguaggi scientifici o **formalizzati,** cioè costruiti rigorosamente senza **ambiguità** o **incoerenze.**
- **Differenza fondamentale** fra linguaggi ordinari e formalizzati: mentre è possibile per un linguaggio ordinario essere metalinguaggio di se stesso (è possibile scrivere in italiano una grammatica dell'italiano), **nessun linguaggio formalizzato** può essere **metalinguaggio di se stesso** ◊ carattere necessariamente **aperto** dei linguaggi scientifici (*vs*. **scientismo)**.
- Analisi logica di un linguaggio = **analisi metalinguistica** di quel linguaggio

2.3.Tripartizione della logica

- L'analisi logica o metalinguistica di un linguaggio può essere effettuata considerando **tre classi di relazioni** che le varie parti (parole, frasi, discorsi, etc.) possono avere:
    1. **Con il mittente o con il ricevente** di una comunicazione lingustica
    2. **Con altre parti del linguaggio**
    3. **Con gli oggetti** linguistici o extra–linguistici cui le parti del linguaggio si riferiscono
- Tripartizione della semiotica e della logica [C.W. Morris (1901-1979)]
    1. **Pragmatica:** studio dei linguaggi in riferimento alle relazioni dei diversi segni con gli agenti della comunicazione ed alla capacità del linguaggio di modificare i comportamenti (p.es., pubblicità, retorica,etc.). → **Pragmatismo:** se utilità pratica **unico criterio** validità enunciati scientifici [C.S. Peirce (1839-1914)].

2. **Sintattica:** studio dei linguaggi in riferimento alle relazioni dei diversi segni linguistici fra di loro prescindendo sia dai contenuti che dagli agenti della comunicazione. **Sintattica o Logica formale:** parte della logica che studia la sintassi dei linguaggi. → **Formalismo**: se coerenza formale **unico criterio** validità enunciati scientifici [D. Hilbert (1862-1943)].

3. **Semantica:** studio dei linguaggi in riferimento alle relazioni dei diversi segni con i loro oggetti intra– o extra–linguistici (= referenti). **Semantica o Logica materiale o Logica dei contenuti**: parte della logica che studia la semantica dei linguaggi. → **Realismo:** se verità (adeguazione all'oggetto) dei linguaggi scientifici considerata **sempre** fondamento della loro stessa coerenza formale.

- **Realismo idealista** (Platone): se verità logica ottenuta per intuizione di universali logici esistenti in sé e per sé in un mondo ideale distinto dal mondo fisico e da quello mentale.
- **Realismo naturalista** (Aristotele): se universali logici ottenuti per astrazione da individui del mondo fisico, gli unici esistenti in sé e per sé ◊ esistenza degli universali logici nella sola mente umana.

♦ Logica è insieme scienza e tecnica:

- **Scienza**, in quanto le sue affermazioni possono venire **dimostrate** in forma rigorosa mediante la **deduzione** di determinate leggi a partire da **enunciati autoevidenti =** primi principi o **assiomi metalinguistici** (p.d.n.c.). Unica branca scientifica della logica è la logica formale → leggi logiche = tautologie.
- **Tecnica**, in quanto capace, a partire dalle leggi logiche di definire un **metodo** per le diverse forme di linguaggio innanzitutto delle altre scienze.

→ **Metodo =** insieme di **regole** o procedure di inferenza o di dimostrazione derivate dalle leggi logiche e con validità **limitata** all'oggetto e alle finalità teoriche o pratiche delle diverse scienze. → Ogni scienza si caratterizza per un suo metodo di validazione (determinazione dell'utilità/coerenza/verità) dei propri asserti.

2.4.Alcune questioni di semantica

2.4.1. Connotazione e denotazione

- Allorché ci riferiamo al problema del **significato di un'espressione linguistica** come problema del **riferimento ad un oggetto** occorre distinguere una duplice componente del significato.

- Nei termini delle **scienze cognitive** e della **teoria dell'intenzionalità** la distinzione è fra **intendere** (*intending*) e **riferirsi** (*referring*) [McIntyre]. Nella comunicazione fra soggetti intenzionali, se non c'è accordo **su ciò che si intende** (*about what is intended*) con un'espressione linguistica, non può esservi accordo **su ciò cui l'espressione si riferisce** (*about which the expression is referring to*).

- In logica, G. Frege (1848-1925), con una distinzione molto famosa tra i filosofi, ma ambigua e rifiutata dagli altri logici, parla della distinzione fra **Sinne** (senso, *sense*) e **Bedeutung** (significato, *meaning*).
- J. Stuart-Mill (1806-1863), usa la distinzione, molto più usata dai logici, fra **connotazione** e **denotazione** di un'espressione.

- ♦ R. Carnap (1891-1970), usa la distinzione ancora più usata fra **intensione** ed **estensione** di un’espressione.
- ♦ P.es., l’espressione “stella del mattino” e “stella della sera” sono due espressioni che **connotano** un modo diverso il medesimo **denotato** extralinguistico: il pianeta Venere.
- ♦ → Perché due espressioni siano considerate **semanticamente identiche** e dunque reciprocamente sostituibili, non è sempre sufficiente che abbiano la medesima **estensione,** che siano cioè **equivalenti**. P.es., l’espressione (predicato) **“essere acqua”** ed **“essere H_2O**” sono equivalenti: la stessa classe di oggetti soddisfa (rende veri) ambedue i predicati.
- ♦ Ma mentre nei linguaggi scientifici (p.es. in chimica) è lecito sostituire predicati con estensione equivalente non così in altri linguaggi → Differenza fra i linguaggi scientifici e non → fra logiche **estensionali** e logiche **intensionali**.

3. Elementi di metalogica

3.1. Linguaggi ordinari e simbolici

- I linguaggi scientifici della **scienza moderna** sono oggi **tutti linguaggi simbolici** perché, a partire dalla nascita della **logica simbolica** o **logica matematica** o **logistica** (fine secolo XIX, inizio secolo XX)**,** qualsiasi contenuto del linguaggio ordinario può essere espresso in un appropriato linguaggio simbolico.
- Viceversa, anche se con non poche difficoltà, il linguaggio ordinario può essere usato come **metalinguaggio** di qualsiasi linguaggio scientifico.
- Esempi:
  - $\langle 2+3=5 \rangle$ «tre più due è uguale a cinque»
  - $v = \dfrac{s}{t}$ «la velocità è il rapporto fra lo spazio e il tempo»

- $SO_4Cu+Zn=SO_4Zn+Cu$ «se in una soluzione di solfato di rame immergiamo una lamina di zinco, il rame si deposita sullo zinco, mentre questo va in soluzione come solfato a sostituire il rame»

♦ **Vantaggi** dei linguaggi simbolici: brevità, semplicità, rigore, universalità, univocità.

3.2. Linguaggi come sistemi di segni

♦ Ogni linguaggio, orale o scritto, simbolico o ordinario, suppone un **dizionario** ((*dictionary*) = insieme di segni) e una **grammatica** ((*grammar*) = insieme di regole).

♦ Più generalmente, ogni segno o sotto–insieme di segni di un dato linguaggio costituisce un'**espressione** (*expression*) [linguaggio ordinario] o una **formula** (*formula*) [linguaggio simbolico].

♦ Due o più espressioni sono dette **equiformi** o **isomorfe** (*isomorphic*) se hanno la stessa forma grafica (a,a – G, G, etc.), **diversiformi** o **dismorfe (***dismorphic*), altrimenti.

♦ Combinando i segni secondo le regole →
→ espressioni **dotate di senso** (*meaningful expressions*) [linguaggio ordinario]
→ formule **ben formate,** fbf (*well formed formulas, wff*) [linguaggio simbolico]
siano esse **vere** o **false.**

♦ Ogni segno o complesso di segni con **un senso determinato** all'interno di un determinato linguaggio costituisce un **simbolo** (P.es., "+" in aritmetica significa "sommare", "⊃" e "C" significano "implica" (*implies*) rispettivamente nel linguaggio simbolico di Peano-Russell e in quello di Łukasiewicz.

♦ Ogni **simbolo** (p.es., Giovanni) denota qualcosa:
1. o se stesso, ovvero un simbolo equiforme a se stesso per cui, per essere grammaticalmente corretti, useremo le virgolette **"…"**, come nelle espressioni «"Giovanni" è un nome proprio», «"Giovanni" è composto di otto lettere»
2. o qualcosa di distinto da sé, come nelle espressioni «Giovanni ama Laura» o «Giovanni è un ragioniere», dove usare le virgolette sarebbe gravemente scorretto. Infatti «"Giovanni" ama Laura» non ha alcun senso.

- I logici scolastici parlavano a tale proposito, rispettivamente di:

1. simbolo preso **in supposizione** (*quasi pro alio positio*) **materiale**
2. simbolo preso **in supposizione formale**

- Carnap parla a tale proposito, rispettivamente di:

1. simbolo **autonimo** (*self-naming*)
2. simbolo **non autonimo** (*not self-naming*)

♦ Ogni espressione dotata di senso di cui si può dire che è **vera** o **falsa** costituisce una **proposizione** (*proposition*). P.es., “Il Vesuvio è il vulcano di Napoli” o “L’Etna è il vulcano di Napoli” sono due proposizioni, l’una vera l’altra falsa. “Vorrei un mondo migliore” è espressione dotata di senso (pragmatico), ma non aletico perché non può essere né vera né falsa.

- Di una stessa proposizione si possono formulare diversi **enunciati** (*sentences*) nel medesimo o in diversi linguaggi. P.es.:
  - o “Giovanni ama Laura” e “Laura è amata da Giovanni” sono due enunciati diversiformi della medesima proposizione nello stesso linguaggio.

- o “John is twenty-eight years old” e “Giovanni ha ventott’anni” sono due enunciati diversiformi della medesima proposizione in diversi linguaggi.

- Di una medesima proposizione o enunciato sul piano sintattico si possono formulare diversi **asserti** (*statements*) equiformi con significati pragmatici diversi in contesti diversi. P.es.,
  - o “Oggi è una bella giornata” pronunciata da un contadino che può finalmente uscire a lavorare o da un bagnante che può finalmente andare al mare sono proposizioni sintatticamente equiformi, semanticamente vere denotanti lo stesso oggetto (il sole che splende in cielo), ma connotanti situazioni profondamente diverse.

♦ Un espressione dotata di senso, sia essa costituita da un solo segno o da un complesso di segni, ma a cui non può essere attribuito alcun valore di verità (o falsità) è detta **termine.** P.es., “piove”, “implica”, “Giovanni”, “vorrei un mondo migliore”.

3.3.Espressioni determinate e determinanti

- Con **termine**, a partire da Aristotele e generalmente in logica, s'intende sia «l'elemento in cui si risolve la proposizione, cioè, sia **ciò che è predicato**, sia **ciò di cui è predicato** con l'aggiunta di essere o non essere» (*An.Pr*., 24b, 16-18).

- Nell'analisi logica del linguaggio ordinario, il primo senso di «termine» è ciò che viene designato con l'espressione «**predicato verbale»** o «**predicato nominale**», il secondo senso è ciò che viene designato con l'espressione «**soggetto**» e/o «**complemento**» del predicato. Essi generalmente corrispondono grammaticalmente a «**nomi**», ovvero termini che designano o un individuo (p.es., «Giovanni») o una collezione di individui (p.es., «uomo»).
  - P. es., in "Giovanni è un medico", «Giovanni» è soggetto «è un medico» è predicato nominale; in "Giovanni ama (è amante) Maria", «Giovanni» è soggetto «ama (è amante)» è predicato verbale, «Maria» è complemento–oggetto.

- → Distinzione in ogni proposizione fra **termini determinanti** (predicati) e **termini determinati** (nomi).
- Nella **logica scientifica** (logica come scienza o logica formale), il termine determinante è designato come **predicato,** *predicate* (o **funtore,** *funktor*)**;** i(l) termini(e) determinati(o) come **argomenti(o),** *arguments(argument)* del predicato.
- Due principali differenze con l'analisi logica del linguaggio ordinario:

1. Argomento(i) del predicato sono i termini che fungono sia da soggetto, sia da complementi nella proposizione → **predicati** possono essere sia **mono,** che **bi-**, che **tri-**, che ***n*-argomentali** (con $n > 0$). P.es.:

- "Giovanni corre", ovvero "corre(Giovanni)", «corre» è **monoargomentale.**
- **"**Giovanni ama Maria", ovvero "ama(Giovanni, Maria), «ama» è **bi-argomentale.**
- "Giovanni poggia il libro sul tavolo", ovvero "poggia(Giovanni, libro, tavolo)", «poggia» è **tri-argomentale**.

2. Con **predicato** s’intende in logica non solo i verbi (*verbs*), ma **ogni espressione che determina un’altra espressione**, sia essa un termine (nome) o un’altra proposizione → Distinzione fra:
    a. **Predicati terminali,** predicati che hanno per argomento termini → **logica dei termini** (studio della costituzione di singole proposizioni);
    b. **Predicati proposizionali,** predicati che hanno per argomento proposizioni → **logica delle proposizioni** (studio della costituzione di catene di proposizioni)**.** P.es.:

- In “Giovanni non corre”, «corre» determina «Giovanni» (= predicato terminale monoargomentale), ovvero «corre(Giovanni)», ma «non» **determina l’intera proposizione** «Giovanni corre» ovvero «**non**(Giovanni corre)»: **non** (*not*) = predicato proposizionale monoargomentale.
- In “Se piove, allora mi bagno”, «**se…allora** (piove, mi bagno): **se…allora** (*if*…*then*) = predicato proposizionale bi–argomentale.

- In “Piove e tira vento e mi bagno”: «**e**(piove, tira vento, mi bagno): **e** (*and*) = predicato proposizionale tri-argomentale.

♦ Quei predicati che in **logica formale** (sintassi) sono connotati come «predicati terminali», in **semantica** sono connotati come **predicati categorematici** o **descrittivi** (*descriptive predicates*). Sono infatti termini che denotano (si riferiscono a, *are referring to*) o una **proprietà** (*property*) o un’**operazione** (*operation*) **extra-linguistiche** le quali determinano **l’oggetto extra-linguistico** denotato dal termine che costituisce l’argomento del predicato. P.es.:
  - In “Giovanni corre” (*John is running*), il predicato «corre» denota l’azione del correre che determina Giovanni in una sua particolare operazione.
  - In “Giovanni è uomo” (*John is human*), il predicato «essere uomo» denota la natura umana che determina Giovanni come un appartenente alla specie umana.

♦ Quei predicati che in **logica formale** (sintassi) sono connotati come «predicati proposizionali», in **semantica** sono connotati come **predicati sincategorematici** o **non-descrittivi** o **connettivi logici** (*logical connectives*). Sono infatti termini che denotano i **legami logici** (*logical links*) **intra-linguistici** fra proposizioni.

3.4.Variabili, costanti e funzioni proposizionali in logica formale

- La logica formale s'interessa esclusivamente della **forma** o **struttura sintattica** delle espressioni linguistiche sia in logica delle proposizioni (forme di concatenazione (*connection forms*) fra proposizioni, p.es., nella costruzione di argomentazioni deduttive), sia in logica dei termini (forme di concatenazione fra termini, nella costruzione di proposizioni).

- In matematica, per evidenziare **la medesima struttura** di un'infinità di proposizioni matematiche, p.es., di tipo numerico, è largamente usata la distinzione fra **variabili** (*variables*) e **costanti** (*constants*).
  - P.es., l'espressione "$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$" denota la struttura di un'infinità di proposizioni aritmetiche **corrette,** ottenute sostituendo ai **segni** «*a*» e «*b*» un qualsiasi **simbolo numerico** con la seguente semplice regola (R1):

*R 1: **Segni** equiformi devono essere **sempre** sostituiti con **simboli** equiformi, anche se non è vero l'opposto: simboli equiformi, possono essere correttamente sostituiti con segni diversiformi.*

- P.es., se ad «*a*» e «*b*» sostituisco lo stesso simbolo numerico («1», «2», «3», …), si ottengono proposizioni aritmetiche ugualmente corrette.

♦ Nella suddetta espressione algebrica (l'algebra intesa come logica formale della matematica) «*a*» e «*b*» sono dette **variabili**, tutti gli altri simboli, «( )», «+», «^{2}», «=», «2» sono dette **costanti.**

♦ «*a*» e «*b*» sono «variabili numeriche» perché sono segni (= espressioni senza un significato numerico determinato) che possono essere correttamente sostituite da simboli numerici (= espressioni con un significato numerico determinato) diversi.

♦ Le «costanti» sono tali perché sono simboli e non segni: hanno già un significato determinato (p.es., "sommare" "essere uguale a") e quindi non possono essere correttamente sostituite da altri simboli.

- E’ facile constatare che le costanti nella nostra espressione algebrica corrispondono ad altrettanti **predicati,** terminali (p.es., «2») e proposizionali (p.es., «=»), e le **variabili** ai loro argomenti, terminali e proposizionali.

♦ → Per analogia con la matematica, anche in **logica formale** si distingue fra **costanti** (= predicati proposizionali e terminali) e **variabili** (i loro argomenti).

♦ Nel caso della **logica delle proposizioni** (*propositional logic*)**,** sostituendo **variabili proposizionali equiformi** (segni)**,** con **proposizioni equiformi** (simboli), secondo la regola R1, otterrò validamente altre proposizioni (espressioni dotate di senso che possono essere vere o false)

- P.es., nel caso del predicato proposizionale, «e» (= congiunzione logica), “*p* e *q*” è un espressione che esprime la struttura formale di un’infinità di congiunzioni logiche valide che si ottengono sostituendo alle **variabili proposizionali** «*p*» e «*q*», altrettante **proposizioni,** applicando la regola R1.
  - o P.es., “piove e la terra è umida”, “S. Giovanni è apostolo e evangelista” (**vere**), “Antonio è cattolico e protestante” (**falsa)**.

- ♦ La scoperta che sia possibile sostituire lettere a proposizioni è la scoperta fondamentale di Aristotele che è alla base della nascita della logica formale.
- ♦ Ugualmente, in **logica dei termini** (o **logica dei predicati)** (*term logic* or *predicate logic*), sostituendo **variabili terminali equiformi** (segni)**,** con **termini equiformi** (simboli), secondo la regola R1, otterrò validamente altre proposizioni (espressioni dotate di senso che possono essere vere o false).
  - P.es., nel caso del predicato terminale «essere uomo», l'espressione "*x* è uomo" è un espressione che esprime la struttura formale di un'infinità di proposizioni valide che si ottengono sostituendo alla **variabile terminale** «*x*» altrettanti **termini,** applicando la regola R1.
    - "Giovanni è uomo", "Luigi è uomo", "i Greci sono uomini", etc.
- ♦ Tuttavia, se sostituiamo a variabili proposizionali **termini** e non **proposizioni,** si otterranno espressioni prive di senso che non possono essere proposizioni.
  - "Se *p* allora *q*" con le sostituzioni valide (*valid*) , «*p*» = «piove» e «*q*» = «la terra è umida», produce correttamente la proposizione «se piove, allora la terra è umida» (**vera**).

- Similmente, con le sostituzioni valide, «*p*» = «piove» e «*q*» = «il cerchio è quadrato», produce correttamente la proposizione «se piove, allora il cerchio è quadrato» (**falsa**).
- Invece, con la sostituzioni invalide, «*p*» = «pioggia» e «*q*» = «umida», produce l'espressione priva di senso «se pioggia, allora umida», che non può essere né vera né falsa, e dunque **non è una proposizione**.

♦ Tutte le espressioni **che contengono variabili** (terminali o proposizionali) che, se correttamente sostituite (da termini o da proposizioni), producono proposizioni, sono dette **funzioni proposizionali,** in analogia alla nozione fondamentale della **matematica moderna** di **funzione matematica,** $f(x)$, le cui **variabili** possono essere validamente sostituite solo da termini che sono simboli numerici (numerali).

♦ Come si vede, con la nozione di **funzione proposizionale,** definita da G. Frege al termine del secolo XIX, la logica ha imparato a simbolizzare con lettere o altri segni non solo le **variabili**, gli argomenti dei predicati, ma **i predicati stessi** (terminali e proposizionali), simbolizzando completamente la logica formale → nascita della **logica simbolica.**

- Questa può essere definita **la più importante scoperta** della logica formale**, dopo l'invenzione della logica formale stessa** ad opera di Aristotele e degli Stoici**.**

- La definizione della funzione proposizionale come "espressione che contiene variabili e che dunque non è una proposizione" è **ambigua.** Infatti, se non è una proposizione, non potrebbe essere **mai** né vera né falsa.

- Tuttavia: l'espressione: "per tutti i *p* e *q*: se *p* allora *q*; ma *p*; dunque *q*" è **sempre vera** (è una legge logica), pur contenendo variabili proposizionali. Oppure, l'altra espressione "per qualche *x*: se *x* è studente, allora *x* è presente nell'università" è suscettibile di essere **vera** (per gli studenti presenti) o **falsa** (per gli studenti assenti), pur contenendo variabili terminali.
  - In ambedue questi casi, tuttavia, non siamo in presenza di vere e proprie variabili, visto che sono **vincolate** (*bounded*) da **quantificatori** (*quantifiers*), rispettivamente **universale** ("per tutti", *universal quantifier*) e **particolare** o **esistenziale** ("per qualche", *particular or existential quantifier*).

- → Sono dunque propriamente «funzioni proposizionali» solo quelle espressioni che contengono **variabili libere** (*free*) o **non-vincolate** (*unbounded*) da quantificatori.

4. Dalla logica formale alla logica simbolica

4.1. Logica formale

- Studio delle **forme** corrette di **inferenza logica**
- **Inferenza logica =** processo linguistico — corrispondente al **ragionamento** nella conoscenza — attraverso cui si arriva ad asserire **correttamente** una proposizione (= **conclusione**) sulla base di una o più proposizioni prese come punto di partenza del processo (= **premesse**).

4.2. Logica sillogistica (logica dei predicati elementare)

- Prime forme di inferenze studiate dalla logica formale sono state le **inferenze sillogistiche** o **sillogismi** di Aristotele.
- «(Il metodo sillogistico è quel metodo) che ci dice **come troveremo sempre sillogismi per risolvere qualsiasi problema** (deduzione) e **per quale via potremo**

assumere le premesse appropriate per ciascun problema (induzione)» (*An. Pr.*, I,27,43a20-22).

- Oggetto delle inferenze sillogistiche sono **proposizioni semplici** o **categoriche** (Aristotele) o **atomiche** (logica moderna) **costituite cioè da soggetto + predicato** (p.es.: tutti gli uomini sono mortali) → **sillogismo =** parte della **logica dei termini.**
- **Sillogismo**: inferenza che ha per oggetto la connessione corretta (o valida) di **termini** all'interno della conclusione a partire dalla connessione che i termini hanno nelle proposizioni che costituiscono le premesse del sillogismo attraverso l'applicazione di **regole.**
- «La dimostrazione è sillogismo, ma **il sillogismo non è tutto dimostrazione**» (*An. Pr*. 25b, 31).
- «Da un lato il sillogismo che si costituisce attraverso il medio (il sillogismo deduttivo, *N.d.R.*) viene prima per natura ed è più evidente. D'altro lato, **il sillogismo che si sviluppa per induzione è per noi il più ricco di conoscenza**» (*Post. An.*¸II, 23, 68b, 35s.). → Distinzione fra:
  - **Sillogismi deduttivi =** inferenze **necessarie** da premesse generali a conclusioni particolari

- **Sillogismi induttivi** = inferenze **non-necessarie** da premesse particolari a conclusioni generali → costituzione delle premesse di sillogismi deduttivi.

♦ Fra i sillogismi deduttivi, distinzione fra:

- **Sillogismi apodittici (dimostrativi)** = inferenze deduttive fondate su premesse **necessariamente vere (= assiomi:** P.es.: **"**Gli animali sono mortali e i cavalli sono animali, dunque i cavalli sono mortali"**).** Per Aristotele, sono tipici delle scienze logiche, matematiche e metafisiche. Oggi solo delle scienze logiche e metafisiche.
- **Sillogismi ipotetici** = inferenze deduttive fondate su premesse **non necessariamente vere (= postulati:** P.es., "Se l'acqua bolle a cento gradi e l'acqua di questo recipiente è a cento gradi, allora l'acqua di questo recipiente bolle"**)**. Tipici delle scienze fisiche e naturali, perché le proposizioni categoriche dei sillogismi ipotetici riguardano enti ed eventi fisici, dunque contingenti

♦ → Con la sillogistica, invenzione dei primi **sistemi assiomatici,** apodittico–deduttivi e ipotetico–deduttivi, sistemi di proposizioni delle quali, esclusivamente, alcune sono le **proposizioni–base** (assiomi o postulati), le altre le **proposizioni–derivate** (teoremi). Oltre la sillogistica, tipico sistema assiomatico dell'antichità sono gli *Elementi* di Euclide (sistema assiomatico di aritmetica e geometria).

- → Distinzione in logica fra:
  - **Metodi assiomatici:** insieme di regole per la costruzione di sistemi assiomatici corretti.
  - **Metodi analitici:** insieme di regole per la costruzione delle premesse di sistemi assiomatici,
    - siano esse **apodittiche** (p.es., il metodo per la ricerca del termine medio nei sillogismi dimostrativi)
    - siano esse **ipotetiche** (p.es., il metodo per la costruzione corretta di sillogismi induttivi, finalizzati alla costituzione di premesse di sillogismi ipotetici delle scienze naturali).
- «Il necessario, poi, è più ampio del sillogismo, poiché tutti i sillogismi (deduttivi) sono necessari, **ma il necessario è più ampio del sillogismo**» (*An. Pr.*, 47a, 33-35).
  - **Due sensi** di quest'affermazione di Aristotele:
    - Oltre la necessità **logica** esiste la necessità **ontologica** della causalità — distinzione persa con Kant nella modernità per la fondazione della necessità

causale nelle scienze fisiche sulla necessità logica, causa la riduzione della fisica al sistema assiomatico della meccanica newtoniana (= meccanicismo). Riduzione oggi entrata in crisi in fisica dopo lo sviluppo della **meccanica quantistica** e soprattutto della **fisica dei sistemi complessi.**

- Oltre la necessità **logica** delle deduzioni sillogistiche apodittiche esiste la necessità degli **argomenti** costituiti non da proposizioni semplici o atomiche, ma da proposizioni complesse o **molecolari**, studiati, in logica delle proposizioni, dalla **teoria della dimostrazione**, le cui **leggi** sono state studiate per la prima volta dalla **logica stoica**.

4.3.Teoria della dimostrazione (logica delle proposizioni)

- ♦ Distinzione fra **proposizioni atomiche e molecolari** scoperta da Aristotele, ma sviluppata e studiata dalla **logica stoica,** sviluppata da Galeno e, attraverso Boezio, introdotta nella logica medievale e quindi in quella moderna.
- ♦ Le proposizioni atomiche sono le proposizioni costituite da **termini**, le proposizioni molecolari sono costituite da **proposizioni semplici e connettivi logici**

(congiunzioni o **predicati proposizionali**) e furono definite da Galeno per la prima volta **ipotesi**.

- «Un altro genere di proposizioni è quello nel quale facciamo asserzioni non sullo stato delle cose (= proposizioni categoriche), ma intorno a se c'è qualcosa cosa c'è, e se non c'è quel qualcosa cosa c'è; si chiamino poi **ipotetiche** siffatte proposizioni» (GALENO, *Inst. Log.*, III,1).
- «Fra le proposizioni alcune sono dette categoriche, altre ipotetiche. **Categorica** è quella proposizione che ha un soggetto e predicato come parti principali come "un uomo corre"… **Proposizione ipotetica** è quella che ha (almeno) due categoriche come parti principali, come "se un uomo corre allora si muove"… Fra le proposizioni ipotetiche, alcune sono condizionali, altre sono congiunzioni, altre sono disgiunzioni, etc.» (PIETRO ISPANO, *Summ. Log.*, I, 1.07, 1.22).

♦ → Scoperta che alcune delle proposizioni molecolari sono **leggi logiche o tautologie,** ovvero proposizioni **sempre vere in tutti i mondi possibili**, indipendentemente dal **significato** delle proposizioni semplici che le compongono nonché dal loro **valore di verità** (nelle logiche a due valori: **vero, "1**", **falso**, "**0**").

- → Distinzione fra **leggi e regole logiche** → teoria della dimostrazione o logica proposizionale è divenuta la **parte principale della logica formale**.
- Proprio perché, a differenza del sillogismo dimostrativo o apodittico, la **validità dimostrativa** nelle proposizioni ipotetiche è **indipendente** da affermazioni su stati di cose e quindi dalla **verità semantica** delle premesse**,** allora**:**

  - 1) Distinzione fra
    - **Verità sintattica** (o validità (*validity*) o correttezza (*correctness*)) delle proposizioni = **conformità** (*conformity*) alle **leggi logiche** e
    - **Verità semantica** (o fondatezza (*soundness*)) delle proposizioni = **conformità** (*conformity*) **allo stato delle cose** (*state of affairs*).

  - 2) Distinzione fra:
    - Argomentazioni **valide** (*valid*) (o corrette, *correct*) e **fondate** (*sound*)
      P.es.: «Se è giorno c'è luce, ma è giorno, dunque c'è luce» affermato di giorno.

- o Argomentazioni **valide** e **infondate** (*unsound*)
  P.es.: «Se è giorno c'è luce, ma è giorno, dunque c'è luce» affermato di notte.
- o Argomentazioni **invalide**
  P.es.: «Se è giorno c'è luce, ma è giorno, dunque l'acqua è quieta».

♦ I primi due argomenti sono **validi** perché conformi alla legge logica del **modus ponendo ponens**.

♦ Lo **schema inferenziale** di tale legge è il seguente:
«se il primo, allora il secondo, ma il primo dunque il secondo», corrispondente alla funzione proposizionale sempre **sintatticamente vera**: $\left\langle \left(\left(p \supset q \right) \cdot p \right) \supset q \right\rangle$

♦ Il terzo argomento è **invalido**, perché **viola una fondamentale legge logica**, il suo **schema inferenziale** è infatti il seguente:
«se il primo, allora il secondo, ma il primo dunque il terzo», corrispondente alla funzione proposizionale: $\left\langle \left(\left(p \supset q \right) \cdot p \right) \supset r \right\rangle$ **certamente falsa** quando «*r*» fosse falsa

e l’intero suo antecedente vero, così da violare l’altra legge logica che afferma che «dal vero può essere implicato solo il vero».

- L’insieme delle prescrizioni linguistiche per costruire schemi d’inferenza validi (sintatticamente veri) si definisce **regola logica**.

4.4. Passaggio dalla logica formale alla logica simbolica

- Prendiamo le tre espressioni (Malatesta):

  1. Il quadrato della somma di due numeri è uguale alla somma del quadrato del primo numero, più il quadrato del secondo numero, più il doppio del prodotto del primo per il secondo.

  2. *a* più *b* al quadrato è uguale ad *a* al quadrato più *b* al quadrato, più il doppio prodotto di *a* e *b*.

  3. $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

- Mentre

- Gli Stoici non simbolizzavano né le costanti (predicati) né le variabili proposizionali, analogamente a come in (1) non si usano simboli né per le costanti (operatori) né per le variabili numeriche,
- Aristotele simbolizzava nella sua sillogistica le variabili terminali, ma non le costanti terminali e proposizionali, analogamente a come in (2) si usano simboli per le variabili, ma non per le costanti numeriche,
- Nella **logica simbolica** si simbolizzano sia le costanti che le variabili, sia terminali che proposizionali.

♦ Questo passaggio, che caratterizza la logica moderna rispetto a quella classica (greca e scolastica) è stato intuito da Gottfried W. Leibniz (1646-1716), proseguito da George Boole (1815-1864) e Augustus De Morgan (1806-1871) e realizzato nella *Begriffsschrift* (1879) di Gottlob Frege (1848-1925) che unifica logica aristotelica, stoica, scolastica e moderna in un unico grande sistema di logica delle proposizioni con solo sei assiomi.

♦ I *Begriffsschrift* di Frege, le *Vorlesungen* di algebra della logica di Ernst Schroeder (1841-1902) e le *Formulaire Mathématique* di Giuseppe Pano (1895-1903) in cui il metodo assiomatico di Riemann è esteso dalla geometria all'aritmetica e dunque a tutta la matematica confluiscono nella *summa summarum* della logica e della matematica, i *Principia Mathematica* [PM] (1910-1927[2]) di Alfred North Whitehead (1861-1947) e Bertrand Arthur William Russell (1872-1970).

♦ Dai PM idea dell'unità profonda di logica formale e matematica → uso di definire l'intera logica simbolica come **logica matematica** → riduzionismo scientista della filosofia analitica degli inizi del '900 di tipo neo–positivista.

4.5. Estensione della logica simbolica

♦ **Effettivamente**, la logica matematica è **solo una parte** della logica simbolica moderna, una parte che include essenzialmente quattro parti:

1. Teoria dei modelli (*model theory*)
2. Teoria degli insiemi (*set theory*)
3. Teoria della ricorsività (*recursion theory*)
4. Teoria della dimostrazione (*proof theory*).

♦ D'altra parte, la **logica simbolica** include oggi due grandi branche:

1. **Logica simbolica classica** (= logica formale rigorosa), con i seguenti caratteri:

a. Rigorosamente **bivalente** (= **due soli valori di verità**, V/F)
b. In essa vale un'unica implicazione (= **implicazione materiale**)
c. Tutti i connettivi (predicati proposizionali) definibili mediante un unico connettivo (= **disgiunzione esclusiva** "|").
d. **Vero-funzionale** (= valore di verità proposizioni molecolari dipende unicamente dal valore di verità delle proposizioni semplici).
e. Tutte le leggi derivabili da **un solo assioma**
f. Suoi enunciati assolutamente **atemporali.**

2. **Logiche simboliche non–classiche**

- Si ottengono dalla (1) negando uno o più dei suoi caratteri distintivi. Essenziali per la formalizzazione, sia di linguaggi scientifici particolari (p.es., logica intuizionistica, logica quantistica, logica sfumata (*fuzzy logic*)…), sia di linguaggi non–scientifici o non–matematici → possibilità di simbolizzare **qualsiasi forma di linguaggio** (anche filosofico, teologico, etc.) → approccio **non riduzionista** alla logica simbolica.

- P. es., negando (1a) → **logiche polivalenti** [Ian Łukasiewicz (1878-1956)]:
  → **logica sfumata o fuzzy logic** [Lofti Zadeh]
  → **logica quantistica** [Von Neumann], fondamentale per la meccanica quantistica
- Negando (1c) ed in genere l'interdefinibilità dei connettivi logici → **logica intuizionistica** in matematica che limita l'applicabilità della legge del terzo escluso [Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1898-1966) e Arend Heyting (1898-1980)] e rifiuta, almeno nei suoi primi esponenti, una fondazione formalista della matematica (= riduzione della matematica a sistema formale).
- Negando (1a), (1d) e alcuni altri dei caratteri propri della logica simbolica classica → vari tipi di **logiche modali e/o intensionali** essenziali per la formalizzazione e la simbolizzazione dei linguaggi propri delle **scienze umane** (metafisica, etica, diritto, economia, ma anche estetica, teologia, etc.) → fondamentali per un approccio rigoroso al **dialogo interculturale** nella nostra epoca post-moderna e **globalizzata** (Cfr. *infra* § 6.2).

5. Lo sviluppo della logica simbolica

5.1.1. Logica delle proposizioni (teoria della dimostrazione)

5.1.2. Logica dei termini e sillogistica

5.1.3. Logica delle classi

5.1.4. Logica delle relazioni

- [Cfr. J.M. BOCHENSKI, *Nove lezioni di logica simbolica*, ESD, Bologna, 1994].I sistemi formali

5.2. Caratterizzazione dei sistemi formali

♦ LINGUAGGIO FORMALE (O TEORIA FORMALE). Con linguaggio o teoria formale si intende nella logica moderna un linguaggio costruito in maniera non ambigua, ovvero un *sistema formale* (v.) per il quale è fornita un'*interpretazione* (v.). Si tratta cioè di un linguaggio in cui i termini e/o le proposizioni che appartengono a tale linguaggio sono tutti rigorosamente *dichiarati*, o *definiti*, o *dimostrati*, man mano che vengono aggiunti al linguaggio stesso.
In particolare, in tale linguaggio devono essere innanzitutto *dichiarati* quelli che sono i *primitivi* di quel linguaggio, ovvero termini e proposizioni elementari (soggetto - predicato) che non vengono rigorosamente definiti all'interno del linguaggio, ma che si suppongono conosciuti, visto che saranno usati per costruire le successive definizioni.
Ciò che caratterizza un linguaggio formalizzato sono poi le *proposizioni* - *base* di esso:
1) Fra di esse, innanzitutto, vi sono gli *assiomi*, proposizioni non dimostrate entro quel linguaggio da cui formare per dimostrazione successive proposizioni.
Essenziale per la rigorosa costruzione di un linguaggio formalizzato è che i suoi

assiomi siano in numero finito, che sia dimostrabile la loro reciproca non - contraddittorietà e che siano effettivamente tali, ovvero non deducibili dagli altri assiomi del linguaggio.

2) Altro tipo di proposizioni - base sono le *definizioni* dei termini e delle operazioni usati per tali dimostrazioni.

3) Vi sono poi le *regole di definizione*, mediante cui le definizioni so costruite a partire dai termini primitivi

4) Vi sono infine le *regole di inferenza* mediante cui altre proposizioni verranno successivamente e non ambiguamente dimostrate a partire dagli assiomi e dalle definizioni.

Tutte le altre proposizioni costruite a partire dalle *proposizioni-base* costituiranno così altrettanti *teoremi* di quel linguaggio.

- SISTEMA FORMALE (O CALCOLO FORMALE). Sistema simbolico senza *interpretazione* (v.), la cui *sintassi* è definita in un modo rigoroso e sul quale è definita una relazione di *deducibilità* (v.) in termini puramente sintattici. Come i *linguaggi formali* (v.), d'altra parte, i S.F. sono costituiti da *termini primitivi, definizioni, assiomi, regole* *d'inferenza* e *teoremi*. In particolare, gli unici «significati» ammessi per i termini primitivi di un S.F. sono quelli determinati dal loro uso all'interno degli assiomi del sistema. In questo senso si dice che i «primitivi» «soddisfano» i relativi assiomi.

- P.es., un primitivo dell'aritmetica è la regola di successione $n + 1$ senza di cui alcuna teoria scientifica dell'aritmetica è pensabile.
- Il significato di questo primitivo entro il *sistema formale* di Peano, di cui l'aritmetica ordinaria costituisce un modello, è *l'assioma del successore*: $S(x + y) = Sx + y$ [p.es.: $S(4 + 7) = S4 + 7 = S11 = 5 + 7 = 12$].
- L'incompletezza (*v*.), dimostrata da Gödel del sistema formale di Peano e/o di qualsiasi altro sistema formale in grado di includere l'aritmetica significa che l'aritmetica può avere un'infinità di altre possibili assiomatizzazioni, ognuna incompleta → potenza della logica e matematica post-moderne anche nel riconoscere il proprio **limite**.

♦ INTERPRETAZIONE. Attribuzione di significato ai termini di un *sistema formale* (v.). Ovvero un'attribuzione di *denotazione* a un termine o all'*estensione* (v.) di un predicato in un *sistema formale* in modo che le *fbf* (v.) del sistema hanno un valore di verità nell'interpretazione.

- DEDUCIBILITÀ: Proprietà di una formula di poter essere dedotta come conclusione di un argomento valido, all'interno di un dato sistema formale.
- DEDUZIONE: Procedura tipica della matematica e della logica nella quale una formula *ben formata* (v.) di un determinato sistema formale segue necessariamente dalla premesse poste. Tale conclusione quindi non può essere falsa quando le premesse sono vere.
- BEN FORMATA (di una frase, di una formula o di un'espressione, etc.). Costruita in modo da essere *grammaticalmente corretta*. Nei sistemi e nei linguaggi formali: formula ben formata (fbf) è la formula costruita seguendo le regole di formazione (definizione e inferenza) o regole della *sintassi* di quel linguaggio o sistema formale.
- MODELLO. Un'*interpretazione* (v.) di un *sistema formale* rispetto alla quale i *teoremi* derivabili in tale sistema sono *veri*. Ovvero, una parte di un determinato *linguaggio formale* (v.) o *teoria formale* che riflette qualche aspetto di un fenomeno, o di un processo fisico, sociale o tecnologico e che permette di fare previsioni rispetto a quello. In tale senso ogni *teoria scientifica applicata* allo studio di un qualche oggetto del mondo fisico o umano, in quanto teoria o linguaggio formale, è un M. di

un soggiacente *sistema formale* (v.). P.es., *l'aritmetica* in quanto teoria scientifica dei numeri naturali è un M. del sistema formale basato sui cinque assiomi di Peano.

5.3.Proprietà dei sistemi formali

5.3.1. Consistenza

♦ CONSISTENZA (DEI LINGUAGGI FORMALI): Un linguaggio formale si dice consistente se non contiene formule contradditorie, ovvero quando non si da il caso che una delle sue formule e la sua negazione siano costruibili (se definizioni) o dimostrabili (se teoremi) in esso.

5.3.2. Completezza

♦ COMPLETEZZA (DEI LINGUAGGI FORMALI): Con C. di un linguaggio formale o di un sistema formale si intende quella proprietà per cui tale sistema è sufficiente per decidere di ogni proposizione correttamente costruita (p. es., coerentemente dedotta) e/o formulata a partire dalle proposizioni - base (primitivi, assiomi, regole di inferenza) di quel linguaggio. In altri termini, C. di un sistema assiomatico consistente significa che dev'essere possibile dimostrare in quel sistema ogni formula dimostrabile o la sua negazione. Così, per poter accertare effettivamente la C. di un linguaggio formale è indispensabile poter garantire che tutte le proposizioni correttamente costruite all'interno di quel linguaggio godano della proprietà della *decidibilità*.

5.3.3. Decidibilità

- DECIDIBILITÀ: Un enunciato formulabile all'interno di un dato sistema formale si dice decidibile se è dimostrabile come vero o falso all'interno di tale sistema.

6. Teoria del significato

6.1. Logiche estensionali

6.1.1. Teoria estensionale del significato e della verità

- ♦ Nell'ambito della logica formale rigorosa o logica simbolica classica (Cfr. § 4.5) il **significato delle espressioni** (termini, proposizioni, termini primitivi inclusi) si riduce all'**uso corretto** delle stesse all'interno del sistema formale.
- ♦ → Approccio puramente **sintattico** al significato ⇔ termini **privi** di qualsiasi valore **denotativo** di oggetti → validità del sistema per **tutti i mondi possibili**.
- ♦ → Attribuzione di un valore denotativo mediante la **costruzione di un modello** o **mondo possibile** di quel sistema formale, mediante la sostituzione di una **variabile terminale,** argomento di un certo predicato ϕ, con un'appropriata **costante individuale,** ovvero con un **simbolo** che denota un **individuo** (o collezione di individui) che goda(no) delle proprietà indicate dal predicato ϕ.
- ♦ → Significato di un termine si riduce alla sua **definizione estensionale** ovvero alla determinazione della collezione di individui ai quali il termine correttamente si

applica (= **classe**) → predicati diversi ma **equivalenti** (= definiti sulla medesima classe, p. es., "essere acqua" e "essere H_2O") hanno **significati identici** (= **assioma di estensionalità**). In pratica, secondo quest'assioma, se due classi sono equivalenti sono identiche: $\mathbf{A \equiv B \Rightarrow A = B}$.

- Altri assiomi tipici delle **logiche estensionali** sono:
  1. Quattro **regole di quantificazione** per trasformare proposizioni **atomiche** generalizzate del calcolo dei predicati in proposizioni **molecolari** del calcolo delle proposizioni cui applicare le **regole d'inferenza** relative alle **leggi logiche** del calcolo delle proposizioni per dimostrazioni formali di validità:
     a. $\forall x\, \phi x \Rightarrow \phi v$: **Esemplificazione Universale (EU)**
     b. $\phi y \Rightarrow \forall x\, \phi x$ **: Generalizzazione Universale (GU)**
     c. $\exists x\, \phi x \Rightarrow \phi v$ **: Esemplificazione Esistenziale (EE)** [per $\nu \neq y$ e senza occorrenze precedenti]
     d. $\phi v \Rightarrow \exists x\, \phi x$: **Generalizzazione Esistenziale (GE)**

     dove ν è un qualsiasi simbolo individuale e *y* denota un individuo scelto arbitrariamente.

→ Es.(a): $\forall x\, Ux \supset Mx \Rightarrow Ua \supset Ma$ per EU (Se ogni uomo è mortale, allora è vero che, se Antonio è uomo, allora Antonio è mortale).

→ Es.(b): $Uy \supset My \Rightarrow \forall x\, Ux \supset Mx$ per GU (Se un qualsiasi uomo è mortale allora è vero che ogni uomo è mortale).

→ Es. (c): $\exists x\, Ux \cdot Vx \Rightarrow Ua \cdot Va$ per EE (Se esistono degli uomini viziosi, allora è vero che alcuni uomini sono viziosi).

→Es. (d): $Ps \Rightarrow \exists x\, Px$ per GE (Se io penso, allora è vero che esiste qualcosa che pensa).

2. Due **equivalenze** per definire l'uso di quantificatori e consentire la verifica degli argomenti che li utilizzano, supposto che essi sono validi *se e solo se* sono validi qualunque sia il numero degli individui esistenti, posto che ne esista almeno uno.
   a. $\forall x\, \phi x \equiv (\phi a \cdot \phi b \cdot \phi c \cdot \ldots \cdot \phi n)$, per il **quantificatore universale**
   b. $\exists x\, \phi x \equiv (\phi a \vee \phi b \vee \phi c \vee \ldots \vee \phi n)$, per il **quantificatore esistenziale**

→ La verifica consisterà allora in tentativi di invalidare l'argomento per **modelli** (mondi possibili) che contengano 1, 2,…*n* individui.

→ P. es., l'argomento $\langle [(\forall x\, Cx \supset Ax) \cdot (\exists x\, Cx \cdot Gx)] \supset \forall x\, Gx \supset Ax \rangle$ (Tutti i *collie* sono affettuosi, alcuni *collie* sono cani da guardia, quindi tutti i cani da guardia sono affettuosi) è valido per un modello ad un solo individuo — infatti $\langle [(Ca \supset Aa) \cdot (Ca \cdot Ga)] \supset (Ga \supset Aa) \rangle$ è sempre vero —, ma è invalido per un modello a due individui. Infatti:
$\langle \{[(Ca \supset Aa) \cdot (Cb \supset Ab)] \cdot [(Ca \cdot Ga) \vee (Cb \cdot Gb)]\} \supset [(Ga \supset Aa) \cdot (Gb \supset Ab)] \rangle$
è falso per (*Ca*, *Aa*, *Ga*, *Gb*) / 1 e (*Cb*, *Ab*) / 0

6.1.2. Conseguenze per l'ontologia

♦ In base a questa semantica estensionale è impossibile giustificare formalmente la **referenza** extralinguistica degli enunciati [Quine]. In base all'assioma di estensionalità, ciò che si può garantire è al massimo la corrispondenza fra strutture logico–formali nei vari linguaggi (p. es., ciò che in linguaggio ordinario denotiamo come "bastone", in fisico-chimica denotiamo come "un certo aggregato di macromolecole organiche" in fisica dei materiali come "certo aggregato di composti del carbonio", etc. senza mai la possibilità di "saltare il cerchio" di queste connotazioni equivalenti verso l'oggetto extra-linguistico.

- ♦ Di qui non sorprende che tutta l'ontologia scientifica di Quine si riduca alla famosa massima, «essere è essere il valore di una variabile».
- ♦ L'ontologia scientifica si riduce così all'individuazione di quelle condizioni logiche che rendono consistente (Cfr. § 6.1.1), caso per caso, il vincolare mediante l'opportuno quantificatore universale («per tutti gli x vale la proprietà $P(x)$») o esistenziale («esiste almeno un x tale che vale la proprietà $P(x)$») la variabile (x) o le variabili libere di una determinata funzione proposizionale. In base a tali principi, nell'ontologia scientifica si distinguono:
  - fra vari tipi di oggetti *individuali*, osservabili e non (se i relativi enunciati vanno quantificati individualmente "«<u>per un</u> x tale che…"»),;

- fra i vari tipi di oggetti *collettivi* comuni a più individui, come “«organismo”», “«elettrone”», etc. (se i relativi enunciati vanno quantificati come collezioni “«<u>per qualche</u> *x* tale che…”»);
- fra i vari tipi di oggetti , *astratti*, come «numero», «proprietà», «classe», etc. (se i relativi enunciati vanno quantificati universalmente «<u>per ogni</u> *x* tale che…»).

♦ Mediante poi i relativi «connettivi» o «predicati proposizionali», come «non», «e», «implica», etc., i singoli asserti così costituiti vengono articolati in discorsi più complessi ed, al limite, in teorie scientifiche.

♦ Nei termini resi famosi da Frege: dire «*x* esiste» in questa ontologia equivale a dire «qualche *x* appartiene ad *y*». Ovvero, affermare l’esistenza di un oggetto si riduce ad affermare l’appartenenza di quell’oggetto ad una classe consistente di oggetti ed, al limite, ad una successione di classi equivalenti definite in diversi linguaggi, senza la possibilità di uscire mai da questo reticolo di equivalenze Per dirla nei termini Quine:

> Gli oggetti servono come meri «nodi» nella struttura, e questo è vero dei bastoni e delle pietre non meno degli elettroni, dei quark, dei numeri e delle classi (Quine 1984, 24).

♦ La scienza, di fatto, ha solo una cosa da portare avanti: il proprio discorso, le proprie affermazioni,

> affermazioni vere, speriamo; verità che riguardano la natura. Gli oggetti, o i valori delle variabili, sono solo punti di riferimento lungo il cammino e noi possiamo permutarli o sostituirli a piacimento *nella misura in cui la struttura di enunciato–ad–enunciato sia preservata* (Quine 1984, 54).

♦ L'ontologia di Quine appare così in continuità con l'analisi dell'**essere** propria di tutte le logiche **estensionali** di Giuseppe Peano nel suo *Dizionario di matematica* (1901, p. 376), secondo la quale «è», ha estensionalmente, oltre che la caratteristica di un'assoluta **atemporalità,** tutti questi possibili molteplici sensi:

- **Appartenenza:** «7 è un numero primo» $\Leftrightarrow \left\langle 7 \in \mathbf{N_P} \subset \mathbb{N} \right\rangle$
- **Inclusione:** «l'uomo è mortale» $\Leftrightarrow \left\langle \mathbf{U} \subset \mathbf{M} \right\rangle$
- **Identità:** «sette è uguale a tre più quattro» $\Leftrightarrow \left\langle 7 = 3 + 4 \right\rangle$
- **Particolarizzazione:** «vi sono quadrati che sono somme di quadrati» $\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \left\langle \exists x, y, z \in \mathbb{N} \middle| \left[x, y, \left(x^2 + y^2 \right) \in \mathbf{A} \subset \mathbb{N} \right] \cdot \left(z, z^2 \in \mathbf{B} \subset \mathbb{N} \right) \cdot \left(\mathbf{A} \cap \mathbf{B} \neq \varnothing \right) \right\rangle$,

condizione valida per tutte le cosiddette «triple pitagoriche» di numeri quadrati che sono somme di quadrati (Es. $5^2 = 3^2 + 4^2$).

6.2. Logiche intensionali

6.2.1. Caratteristiche comuni

- E' evidente che se le regole del calcolo estensionale dei predicati valgono per gran parte dei linguaggi scientifici e matematici, non valgono per moltissimi usi del linguaggio ordinario.
- P. es., la verità della proposizione composta «Giulio Cesare scrisse il *De Bello Gallico* **mentre** combatteva contro i Galli» non è certo analizzabile **vero–funzionalmente**, nei termini cioè del **solo** valore di verità delle due proposizioni elementari componenti, com'è obbligatorio nelle teorie estensionali del significato (Cfr. §4.5 e § 6.1.1). Occorre necessariamente, per render conto della verità della proposizione composta, una comprensione del **significato dei termini** → Il predicato proposizionale «mentre» non è analizzabile nei termini della logica estensionale classica, **bi–valente** e **vero–funzionale** [Galvan 1992].

- Approccio **intensionale** alla logica dei predicati *vs.* approccio **estensionale:**
  - P. es., se prendiamo la proposizione «Isidoro è sapiente»,
    In senso **estensionale:** «Isidoro è uno degli uomini sapienti»: $I \in \mathbf{S}$
    In senso **intensionale:** «Isidoro è determinato dalla sapienza»: *I a S,*
    nel senso che la sapienza è una **qualità** che determina l'esistenza di Isidoro → l'**esistenza** di Isidoro non si riduce all'appartenenza di classe, non è un puro essere in senso estensionale in nessuno dei sensi di Peano, è l'**essere della qualità** non è l'essere dell'esistenza.
- Generalmente le logiche intensionali si caratterizzano perché rifiutano due assiomi del calcolo dei predicati estensionale, in quanto la loro applicazione rende **insensati** diverse forme del linguaggio ordinario [Zalta 1988]:
  - **Assioma di estensionalità**: $\mathbf{A \equiv B \Rightarrow A = B}$
  - **Assioma di generalizzazione esistenziale:** $\phi v \Rightarrow \exists x\, \phi x$ (Cfr. § 6.1.1)
  - P. es.: «Chiare, fresche e dolci *acque*, ove le belle membra pose *colei* che solo a me par donna» diventerebbe «Chiare fresche e dolci H_2O, ove le belle membra pose *qualcosa* che solo a me par donna»

- Oppure: «*Signore*, benedici quest'*acqua…*» diventerebbe «*Qualcosa*, benedici quest' H_2O*…*».

♦ Diversi tipi di **logiche intensionali,** le principali e le più studiate, perché implicite nella stessa logica aristotelica, sono quelle **modali** relative a diverse **modalità di esistenza** dei rispettivi oggetti e quindi di solito formalizzate mediante l'ausilio di opportuni **operatori modali**. Seguendo una serie di distinzioni che risalgono fino allo Pseudoscoto e a Ockham:
- **Modalità aletiche**: «è possibilmente vero», «è necessariamente vero»
- **Modalità ontologiche:** «è necessario», «è contingente»
- **Modalità epistemiche:** «è creduto», «è conosciuto»
- **Modalità deontiche:** «è permesso», «è vietato»
- **Modalità temporali:** «è sempre il caso», «è talvolta il caso»
- **Modalità valutative:** «è buona cosa», «è cattiva cosa»
- **…**

6.2.2. L'ontologia formale

- Particolare importanza per la riflessione filosofica in metafisica, ontologia ed epistemologia, anche per le sue immediate implicazioni pratiche, è dato dalla riflessione sui **diversi significati del semantema «essere»,** distinti dal semplice **esistere** e dalle sue varie modalità, negli usi linguistici del linguaggio ordinario innanzitutto nelle scienze umane.
- → Nascita di una nuova disciplina l'**ontologia formale** (www.formalontology.it).
- Tale disciplina, oltre alle logiche modali, concentra la sua attenzione e l'analisi logica su quei significati dell'essere non riconducibili all'esistere e quindi intimamente legati ai **contenuti semantici** che s'intendono comunicare e da cui dipendono le differenze fra le varie filosofie, ideologie, religioni, teologie, culture e quindi le **varie interpretazioni** degli oggetti esistenti, che in quanto tali sono i medesimi per tutti.
- → Importanza delle **logiche non–classiche** più «eterodosse» rispetto alla comune logica formale e matematica. P.es.:

- **Logica mereologica** (*mereology*) che si rifà a Lesniewski e si concentra sui significati dell'essere connessi alla distinzione **tutto–parti**, previa a qualsiasi concettualizzazione estensionale in termini di collezioni, classi, insiemi, etc.
- **Logica libera** (*free logic*) che si rifà a Meinong e si concentra sullo statuto ontologico di oggetti **non–esistenti** in senso estensionale, quali gli oggetti fantastici, gli enti logici, le essenze, le qualità, etc.
- **Logica sfumata** (*fuzzy logic*) che si rifà a Lukasiewicz e alla sua logica polivalente nello studio dei gradi di verità/falsità delle espressioni.
- **Logica paraconsistente** (*paraconsistent logic*) che si concentra sul significato e lo statuto ontologico dei paradossi, delle nozioni contraddittorie e degli enti mentali in genere.
- **…**

♦ La crescente importanza che va assumendo questa disciplina che può far parlare ormai di una **rinascita della riflessione metafisica e ontologica,** interna alla filosofia analitica, è legata alle molteplici **applicazioni pratiche** che essa consente, in tutti i campi della cultura contemporanea, **l'informatica** innanzitutto (→ *formal ontology engineering*).

- P. es., per portare il computer e l’accesso alle reti di comunicazione sempre più vicina alla vita e all’esperienza quotidiana, addirittura di gente analfabeta quale quella dei paesi in via di sviluppo, occorre renderlo capace di trattare strutture del linguaggio ordinario…

♦ In un’epoca di **globalizzazione** come la nostra, infatti, il futuro dipende largamente dalla **trans-culturalità** e dalla **trans-disciplinarità.** Occorre perciò dare (o restituire) alle scienze umane un **rigore formale** e dunque **un’universalità comunicativa dei rispettivi contenuti intensionali** paragonabile a quello dato nell’età moderna alle scienze matematiche e naturali dall’uso del **simbolismo**.

♦ Ciò può essere ottenuto solo **rendendo espliciti** i diversi e irriducibili **contenuti intensionali** della comunicazione e del linguaggio in modo da **minimizzare** i tempi della reciproca comprensione e **massimizzare** i tempi dedicati alla soluzione dei problemi comuni, almeno là dove l’analisi intensionale mostra che ciò risulta possibile.

♦ Infine centralità dell’ontologia formale per una piena restituzione alla cultura post-moderna delle ricchezze dell’ontologia della scolastica — e di Tommaso d'Aquino, in particolare — che ha proprio in questa (ri)scoperta dei molteplici sensi dell'essere non riconducibili alla mera esistenza il suo aspetto più qualificante.

- Non per nulla gli scolastici e Tommaso sono fra gli autori più studiati dai seguaci dell'ontologia formale…

INDICE